Sammanfattning i Ellära.

Elektriska strömmar.

När det finns ett flöde av laddningar genom en region finns en elektrisk ström.
Strömmen definieras som mängden laddning som flödar genom ytan. (Arean)
I fall ΔQ är mängden laddning som passerar under tiden Δt, så är den genomsnittliga strömmen I_{avg} lika med laddningen som passerar genom arean i tid.

$$I_{avg} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad I = \frac{dQ}{dt}$$

Den genomsnittliga strömmen kan även skrivas som:

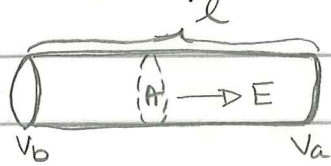
$$I_{avg} = n q v_d A$$

n = laddningsbärare
q = laddning
v = medelhastighet
A = tvärsnittsytan

Strömtäthet:

$J = \frac{I}{A} = nqv$, i vissa material $J = \sigma \cdot E$ σ = prop. konstant
E = elektriska fältet

Tillämpad på ledare:



$\Delta V = V_b - V_a = E \cdot l$ (potentialdiff.)

$J = \sigma \cdot E = \sigma \cdot \frac{\Delta V}{l} \Rightarrow \Delta V = \frac{l}{\sigma} \cdot J = \frac{l}{\sigma} \cdot \frac{I}{A} = R \cdot I$

ty $R = \frac{l}{\sigma \cdot A}$

$\Delta V = U \Rightarrow U = R \cdot I$

Ohms lag:

$U = R \cdot I$ där $R = \rho \frac{l}{A}$ ρ = kapaciviteten hos materialet

Effekt.

$P = U \cdot I$ mätes i Watt. $1\,W = 1\,J/s$

Energi.

$W = P \cdot t$ mätes i Wattsekund, som görs om till kWh

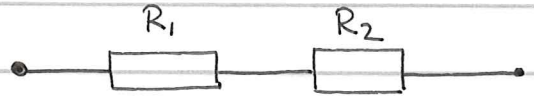
Resistans.

Seriekoppling:

I seriekopplingar, om en mängd laddning Q passerar en resistans R_1, passerar laddning Q även resistans R_2. Om samma mängd laddning passerar genom R_1 o R_2 i ett givet tidsintervall, är strömmen I densamma i båda resistanserna.

$$I = I_1 = I_2$$

$U = I \cdot R_{tot}$ $R_{tot} = R_1 + R_2$



Parallellkoppling:

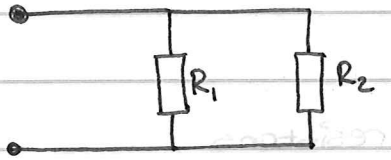
I parallellkopplingar är den potentiella skillnaden i spänning densamma.

$$U = U_1 = U_2 \quad \text{och} \quad I = I_1 + I_2$$

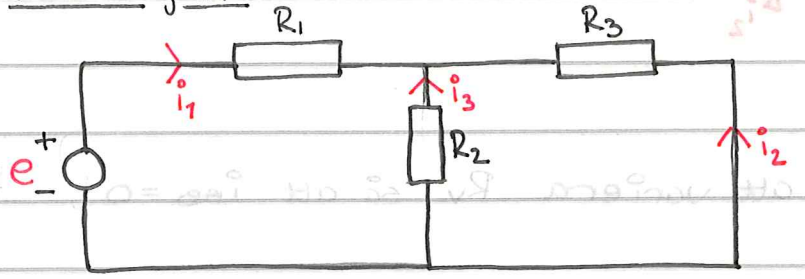
$$I = \frac{U}{R_{tot}} \quad , \quad \frac{1}{R_{tot}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Om det enbart är två resistanser

$$R_{tot} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

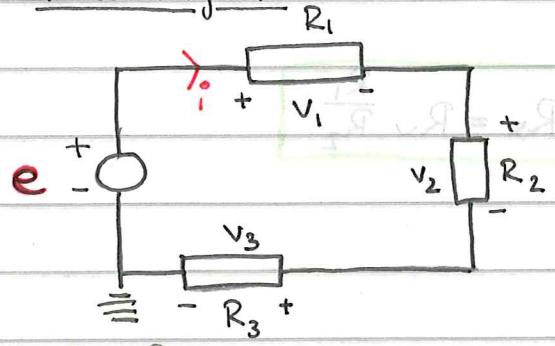


1:a lagen.



$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

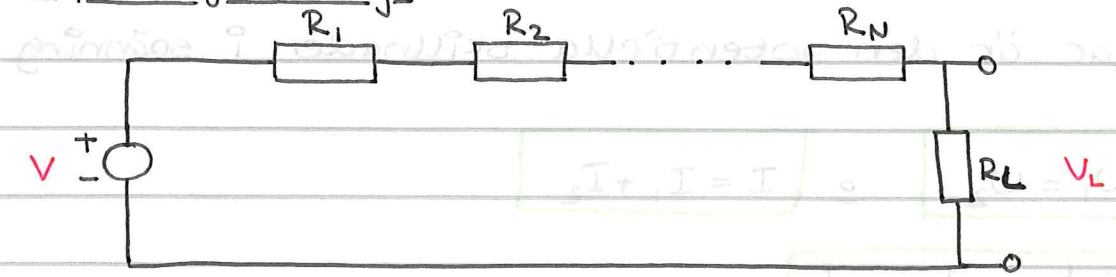
2:a lagen.



$$e - v_1 - v_2 - v_3 = 0$$

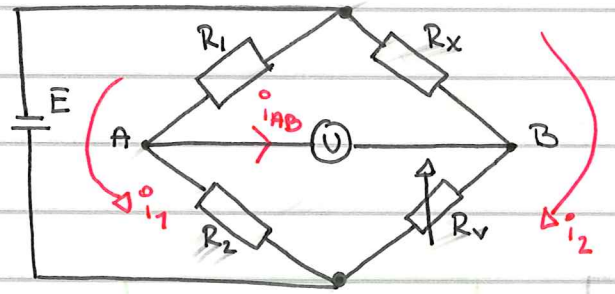
Jordning (potential = 0)

Spänningsdelning:



$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{U}{R_{tot}+R_L} \\ U_L &= R_L \cdot I \end{aligned}\right\} \quad U_L = \frac{R_L}{R_{tot}+R_L} \cdot U$$

Wheatstonebryggan.



R_x: okänd resistans

R_v: variabel resistans

Balansera bryggan genom att variera R_v så att $i_{AB} = 0$, då kan R_x beräknas.

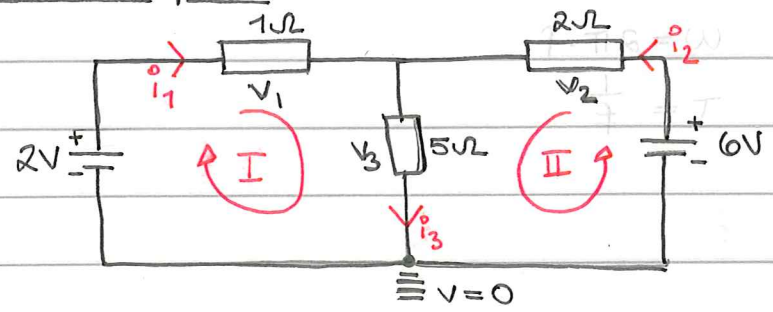
Spänningsdelning:

$$\left.\begin{aligned} V_A &= E \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2} \\ V_B &= E \cdot \frac{R_v}{R_x+R_v} \end{aligned}\right\} \quad U = V_A - V_B = E\,\frac{R_2R_x - R_1R_v}{(R_1+R_2)(R_x+R_v)}$$

$$U = 0 \quad \Rightarrow \quad R_2R_x - R_1R_v = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_x = R_v\frac{R_1}{R_2}}$$

$$\boxed{R_1R_v = R_2R_x}$$

Bra exempel:



Beräkna strömmarna genom att införa egna strömmar och välj dess riktning.

Lösning:

Det rödmarkerade är antaganden.

I:

$2 - V_1 - V_3 = 0$ (enligt 2:a lagen)

$2 - 1 \cdot i_1 - 5i_3 = 0$

II:

$6 - V_2 - V_3 = 0$ (enligt 2:a lagen)

$6 - 2i_2 - 5i_3 = 0$

enligt 1:a lagen: $i_1 + i_2 + (-i_3) = 0 \Rightarrow i_3 = i_1 + i_2$

Sätt in detta antagande i I:

$2 - i_1 - 5i_1 - 5i_2 = 0 \Rightarrow 6i_1 = 2 - 5i_2$

Sätt in II i I:

$2 - i_1 - 6 + 2i_2 = 0 \Rightarrow i_1 = -4 + 2i_2$

$i_2 = \frac{26}{17} A$

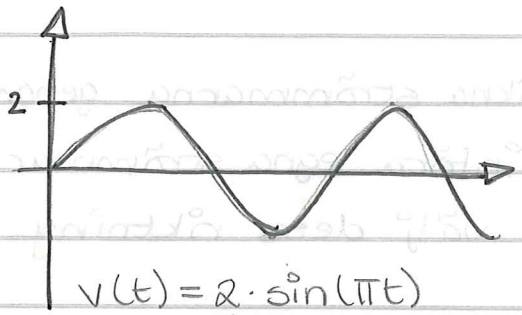
$i_1 = -\frac{16}{17} A$

$i_3 = \frac{10}{17} A$

Slutsats: Antagna strömriktningar stämmer ej för i_1.

6V-källan "överröstade" 2V-källan.

Växelström - sinusformad

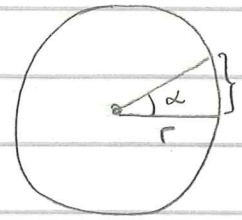


$V(t) = 2 \cdot \sin(\pi t)$

amp. ↑ rad/sek ↑

$\omega = 2\pi \cdot f$

$T = \frac{1}{f}$



$\alpha = 1\ \text{Rad}$

$2\pi\ ,\ 360°$

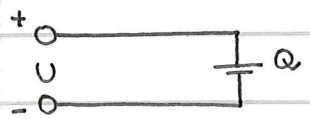
Allmänt:

$V(t) = V_{DC} + V_{in} \cdot \sin(\omega t + \phi)$

ϕ = fasvinkel

Effektivt värde = $\frac{\text{Amp.}}{\sqrt{2}}$

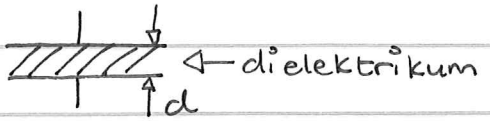
Kondensatorer:



$Q = C \cdot U$ (C: kapacitans)

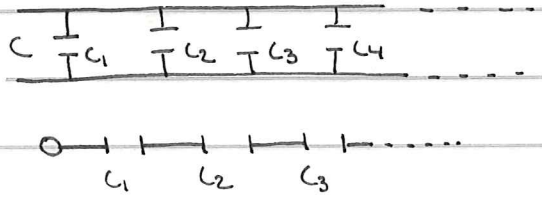
mäts i farad (F).

Platt kond.



$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

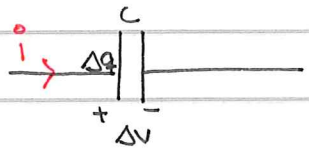
material konst. | dielektricitetskonstant i vakuum



$$C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \dots$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \dots$$

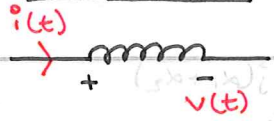
Laddningsändring:



$\Delta q \approx i \cdot \Delta t$

$\Delta q \approx C \cdot \Delta V$ $\Rightarrow$ $i \Delta t = C \Delta V$ $\Rightarrow$ $i = C \frac{\Delta V}{\Delta t}$ $\Rightarrow$ $i(t) = C \frac{d}{dt} v(t)$

Induktans.



spole el. drossel

Om strömmen varierar uppstår en spänning över spolen.

$$v(t) = L \frac{d}{dt} i(t)$$

L: prop. konstant induktans

mätes i Henry (H)

Serie:

$L = L_1 + L_2$

Parallell:

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

Komplexa metoden

$Z = R + jX$

Z = Impedans
R = Resistans
X = Reaktant
$j = i$ (imaginärdelen)

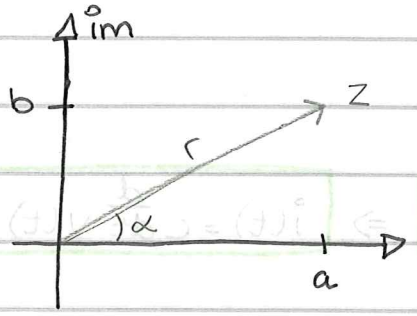
Fasvinkeln: $\arctan \frac{X}{R}$

Induktiv reaktans:

$X_L = \omega L \quad \Rightarrow \quad Z = j\omega L$

Capacitiv reaktans:

$X_C = \frac{1}{\omega C} \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{1}{j\omega C}$



$Z = a + jb$ rektangulär form

$Z = re^{j\alpha}$ polär form

$\alpha = \arctan \frac{b}{a}$

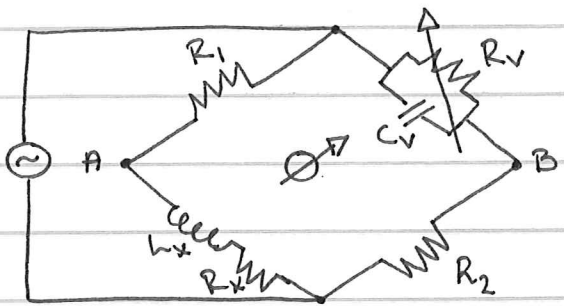
Räkneregler för Z.

$Z_T = Z_1 + Z_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$

$Z_T = Z_1 \cdot Z_2 = \{\text{mult. av paranteser el polärform}\} = r_1 r_2 e^{j(\alpha_1 + \alpha_2)}$

$Z_T = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{j(\alpha_1 - \alpha_2)}$

Maxwell-Wien brygga.



$$Z_1 = R_1$$

$$Z_4 = R_2$$

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{jX_C} = \frac{1}{R_v} + \frac{j}{X_C} = \frac{1}{R_1} + j\omega C_v = \frac{1 + j\omega C_v R_1}{R_1}$$

$$Z_2 = \frac{R_v}{1 + j\omega C_v R_v}$$

$$Z_3 = R_x + j\omega L_x$$

Balansvillkor:

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$R_1 R_2 = \frac{R_v(R_x + j\omega L_x)}{1 + j\omega C_v R_v}$$

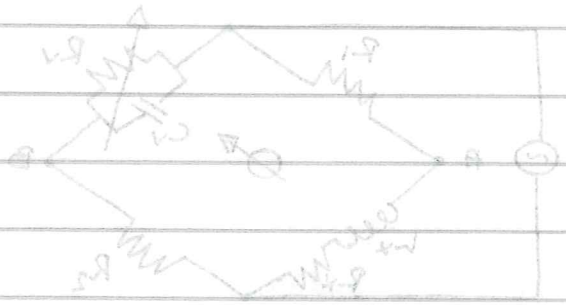
$$R_1 R_2 + j\omega C_v R_v R_1 R_2 = R_v R_x + R_v j\omega L_x$$

Separera imaginära och reella termer:

(re.) $R_1 R_2 = R_v R_x \Rightarrow$ $\boxed{R_x = \frac{R_1 R_2}{R_v}}$

(im.) $j\omega C_v R_v R_1 R_2 = R_v j\omega L_x \Rightarrow$ $\boxed{L_x = R_1 R_2 C_v}$

Maxwell-Wien bridge



$$Z_1 = R_1$$

$$Z_2 = R_2$$

$$\frac{1}{Z_3} = \frac{1}{Rv} + \frac{1}{jx_c} = \frac{1}{Rv} + \frac{1}{X_c} = \frac{1}{R} + j\omega C_v = \frac{1+j\omega C_v R}{R}$$

$$Z_3 = \frac{Rv}{1+j\omega C_v R}$$

$$Z_4 = R_x + jwL_x$$

Balancing Eqns:

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

$$R_1(R_x + j\omega L_x) = R_2 \frac{Rv}{1+j\omega C_v R}$$

$$R_1 R_x + j\omega C_v R_1 R_x = R_2 R_x + R_2 j\omega L_x$$

Separate imaginary and real terms:

(re) $\quad R_1 R_x = R_2 R_x \Rightarrow \boxed{R_x = \frac{R_1 R_2}{Rv}}$

(im) $\quad j\omega C_v R_1 R_x = R_2 j\omega L_x \Rightarrow \boxed{L_x = R_1 R_2 C_v}$