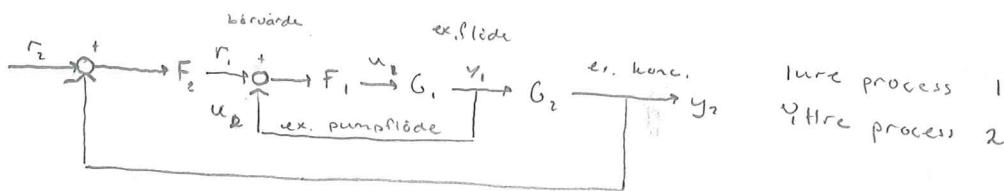


FÖRELÄSNING II

Käshadreglering

Om en process består av delsystem i serie (käshad) med möjlighet att mäta mellan delsystemen använder man den informationen för intern återkoppling.

→ Snabbare reglering!



Om den inre loopen kan ges en mycket snabb reglering han F_2 bestämmas som om $u_2 = r_1 = y_1$, d.v.s. $G \approx G_2$

Anmärks designar vi för: $G = \frac{F_1 G_1}{1 + F_1 G_1} \cdot G_2$

OBS! I-verkan i inre loopen ofta onödig eftersom det är $y = y_2$ vi inte vill ha kvarstående fel för (och I-verkan försämrar stabilitetsmarginalen)

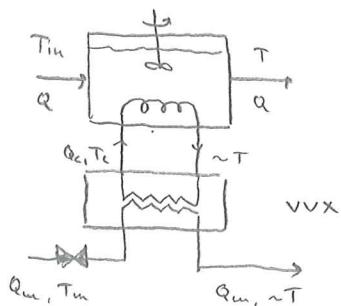
Framkoppling av störsignal

Mätning av en störning utnyttjas för att bättre kompensera bort effekterna av störningen.

Fullständig kompensation: $G_{FP} = -\frac{G_u}{G_1}$

- Problemen:
1. Ei för stora modellfel
 2. G_{FP} stabil (nollställen i VHP)
 3. G_{FP} haustral ($\text{tadd } G_u \geq \text{tadd } G_1$)
 4. G_{FP} proper ($\text{grad(nämnare)} \geq \text{grad(täljare)}$)

Exempel: Kyllning av en delprocess (se sidan)



Styrsignal: ventilläge ur Q_m

$$Utsignal: T = y_2$$

$$T_c = y_1$$

$$Störsignal: T_m = v_2$$

$$T_m = v_1$$

$\rho C_p Q_m T_m \sim \Delta$ kyleffekt primärkrets

$\rho C_p Q_c T_c \sim \Delta$ kyleffekt sekundärkrets

EB ger approximativa modeller:

$$T_c = \frac{k_1}{1+sT_1} u + \frac{k_2}{1+sT_1} T_m \quad (\text{se } F_s)$$

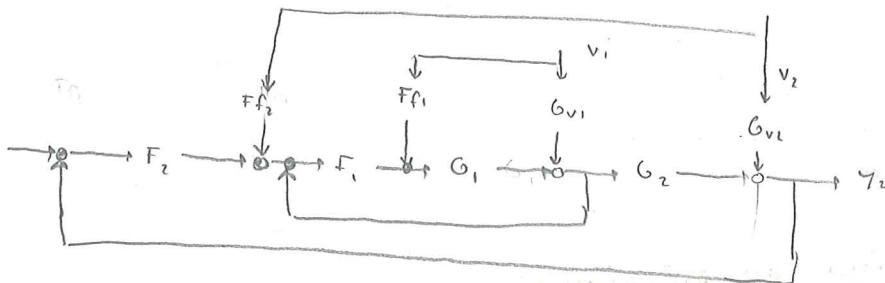
$$T = \frac{k_3}{1+sT_2} T_c + \frac{k_4}{1+sT_2} T_m$$

$$Y_1 = G_1 U + G_{v_1} V_1$$

$$Y_2 = G_2 Y_1 + G_{v_2} V_2$$

} V_1 och V_2 mätbara \rightarrow kan använda framkoppling

Blokschema:



$G_1(s)$ är stabil (1:a ordn, ingen dötia)

\Rightarrow Inre loopen kan göras mycket snabb med t.ex.

P-reglering med låg förstärkning

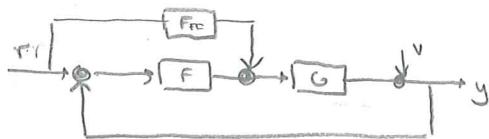
$$G_{reg1} = \frac{k_{p1} G_1}{1 + k_{p1} G_1} \approx \frac{k_{p1} k_1}{1 + sT_1 + k_{p1} k_1}$$

$$\text{Framkoppling: } F_{F1} = -\frac{G_{v1}}{G_1} = -\frac{k_2}{k_1}$$

F_2 kan sedan väljas som t.ex. PI-regulator för processen G_2

$$F_{F2} = -\frac{G_{v2}}{G_2} = -\frac{k_4}{k_2}$$

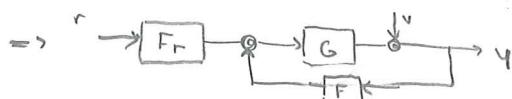
Framhopping av beroende



$$y = v + G(F_{FF}R + F(R - y))$$

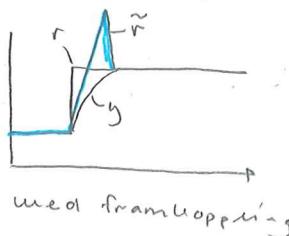
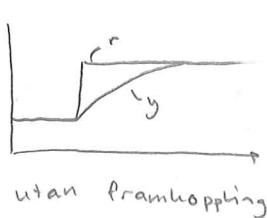
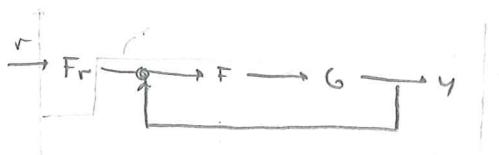
$$\Rightarrow (1 + GF)y = v + G(F_{FF} + F)R$$

$$y = \frac{1}{1 + FG}v + \frac{GF_F}{1 + FG}R \quad [F_F = F_{FF} + F]$$



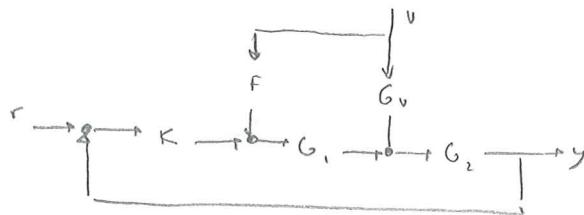
F designas för goda regleregenskaper (stabilitet osv.) och F_F (F_{FF}) för att ge goda servoegenskaper (se FI)!

Illustreras: Låt $\tilde{F}_F = \frac{F_F}{F}$



ÖVNING II

§. 2



a) Hur påverkas s.k. stabilitet av framkopplingen?

$$Y(s) = G_2 (G_0 V + G_1 (-FV + K(e - v)))$$

$$\Rightarrow (1 + KG_1 G_2) Y = G_2 (G_0 V + G_1 (-FV + KR))$$

$$\Rightarrow Y(s) = \frac{KG_1 G_2}{1 + KG_1 G_2} R + \frac{G_2 G_0 - FG_1 G_2}{1 + KG_1 G_2}$$

Iutgående är y \neq F ej del av polynom!

b) Bestäm K så att $A_m = 2,5$

$$\text{Def: } A_m = \frac{1}{|L(j\omega_n)|} \quad (1)$$

$$\text{Def: } \arg(L(j\omega_n)) = -180^\circ \quad (2)$$

$$\begin{aligned} L(s) &= KG_1 G_2 \quad (G_1 = \frac{1}{s+1}, \quad G_2 = \frac{10}{s(s+1)}) \\ &= K \cdot \frac{1}{s+1} \cdot \frac{10}{s(s+1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2): \arg(L(j\omega_n)) &= \arg(K) + \arg(j\omega_n + 1) + \arg(10) - \arg(j\omega_n) - \arg(j\omega_n + 1) \\ &= 0^\circ - \arctan(\omega_n) + 0^\circ - 90^\circ - \arctan(4\omega_n) \end{aligned}$$

$$-90^\circ = -2\arctan(\omega_n) \Rightarrow \omega_n = \tan(45^\circ) = 1 \text{ rad/s}$$

$$(1): A_m = \frac{1}{|K \cdot (\frac{1}{j+1}) \cdot (\frac{10}{j(j+1)})|} \Rightarrow K = \frac{(\sqrt{\omega_n^2 + 1})^2 \omega_n}{10 A_m} = 0,08$$

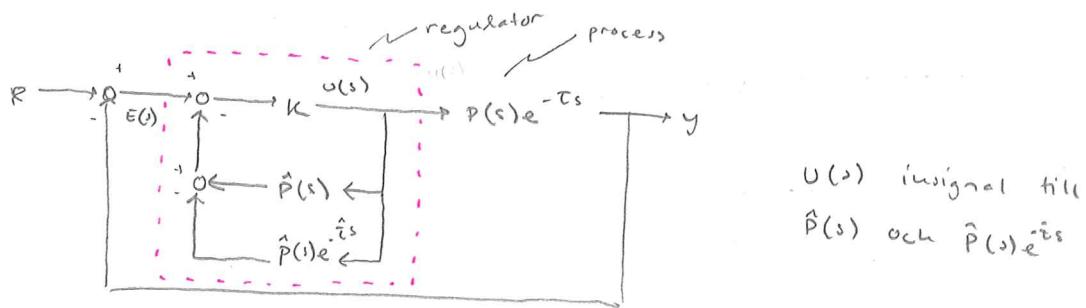
c) Bestäm $F(s)$ så att inverkan av störning helt elimineras!

$$\text{Här: } \frac{G_2 G_V - G_2 G_1 F}{1 + k G_1 G_2} = 0$$

$$F = \frac{G_V}{G_1} = \frac{0,5}{s+2} \cdot \frac{s+1}{1} = \frac{0,5(s+1)}{s+2}$$

S. 9.

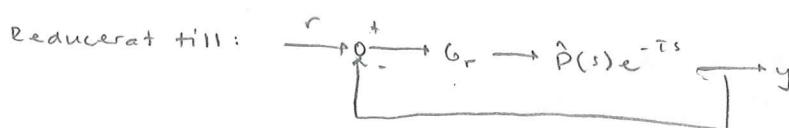
Smith-regulator



a) Slutna systemets öpp ($r \rightarrow y$) är sökt

$$E(s) \rightarrow U(s) : U(s) = K(s) (E(s) - \hat{P}(s)U(s) + \hat{P}(s)e^{-\hat{\tau}s} U(s)) \\ (1 + K(s)(1 - e^{-\hat{\tau}s})\hat{P}(s))U(s) = K(s)E(s)$$

$$U(s) = \frac{K(s)}{1 + K(s)(1 - e^{-\hat{\tau}s})\hat{P}(s)} E(s) = G_r$$



$$R(s) \rightarrow Y(s) : Y(s) = \frac{G_r \hat{P}(s)e^{-\hat{\tau}s}}{1 + G_r \hat{P}(s)e^{-\hat{\tau}s}} \cdot R(s)$$

Vi kan reglera nra
hant trots dödiden!

$$= \frac{\hat{P}(s)e^{-\hat{\tau}s} U(s)}{(1 + K(s)(1 - e^{-\hat{\tau}s})\hat{P}(s))} \cdot R(s)$$

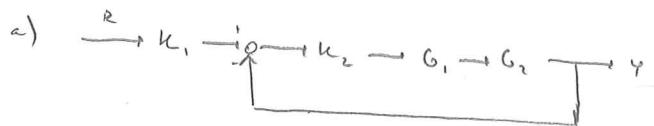
$$= \frac{\left(\frac{\hat{P}(s)e^{-\hat{\tau}s} U(s)}{1 + K(s)(1 - e^{-\hat{\tau}s})\hat{P}(s)} \right) R(s)}{\left(1 + \frac{\hat{P}(s)e^{-\hat{\tau}s} U(s)}{1 + K(s)(1 - e^{-\hat{\tau}s})\hat{P}(s)} \right)}$$

$$= [0 \text{ om } \hat{P}(s) = P(s), \hat{\tau} \approx \tau]$$

$$= \frac{P(s)U(s)e^{-\tau s}}{1 + P(s)U(s)} R(s)$$

S. 1.

Kashedregeling



$$k_1 = 1,2$$

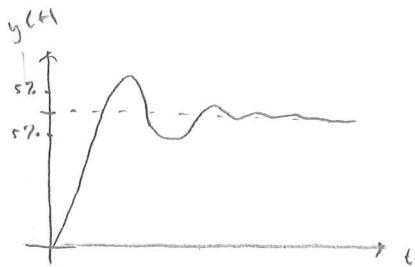
$$G_1 = \frac{1}{1+s}$$

$$k_2 = 5$$

$$G_2 = \frac{1}{1+3s}$$

$$Y(s) = \frac{k_1 k_2 G_1 G_2}{1 + k_2 G_1 G_2} R(s)$$

$$G_c(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1,2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{1+s} \cdot \frac{1}{1+3s}}{1 + s \cdot \frac{1}{1+s} \cdot \frac{1}{1+3s}} = \frac{2}{s^2 + \frac{4s}{3} + 2}$$



$$G_c(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$$

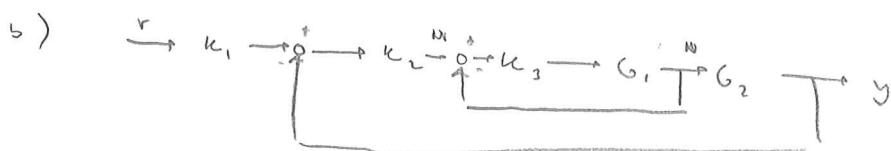
För $\zeta \geq 0,9$ gäller approximativt

$$T_{5\%} = -\frac{\ln(0,05)}{\omega_0 \zeta} \approx \frac{3}{\omega_0 \zeta}$$

$$\omega_0^2 = 2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{2}$$

$$2\zeta\omega_0 \approx \frac{4}{3} \Rightarrow \zeta = 0,49$$

$$T_{5\%, 5\%} = 4,5 \text{ s}$$



$$N \rightarrow M: \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{k_1 G_1}{1 + k_2 G_1} = G_2$$

$$R \rightarrow \infty : Y(s) = \frac{K_1 K_2 G_3 G_2}{1 + K_2 G_3 G_2} R(s)$$

$$G_c(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1 K_2 G_3 G_2}{1 + K_2 G_3 G_2} = [\text{Med insatta värden?}] =$$

$$= \frac{6 K_3}{3s^2 + (1+3K_3)s + 1 + 6K_2} = \frac{6}{\frac{3s^2}{K_3} + \left(\frac{1}{K_3} + 3\right)s + \frac{1}{K_3} + 6}$$

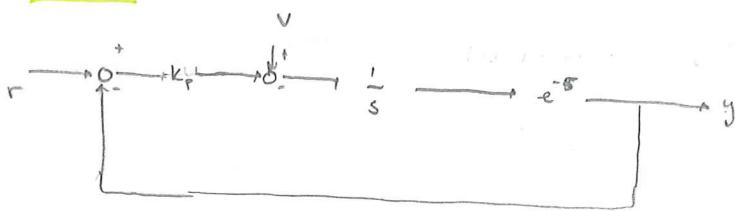
$$K_3 \rightarrow \infty : G_c(s) = \frac{6}{3s + 6} = \frac{2}{s + 2}$$

Tämför generellt: $G(s) = \frac{a}{s+a}$ $a = 2$

$$T_{1,6\%} = -\frac{\ln(0,05)}{a} \approx 1,5 \text{ s}$$

Dynamiken är inte i.u. är supersnabb!

5.4.



a) Bestäm en P-regulator!

$$L(s) = K_P \frac{1}{s} e^{-Ts}$$

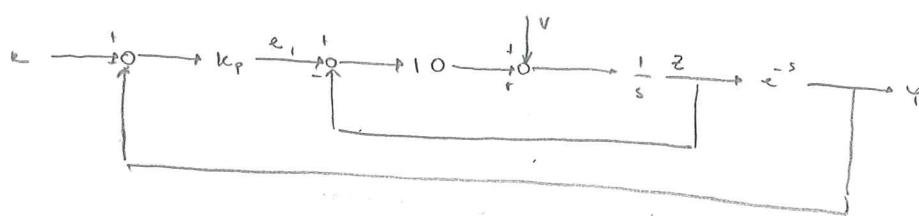
$$\lambda_m = \frac{1}{|L(j\omega_n)|} \quad \text{från} \quad \arg(L(j\omega_n)) = -180^\circ = -\pi \text{ rad}$$

$$\arg(K_p) - \arg(j\omega_n) + \arg(e^{-j\omega_n T}) = -\pi = 0 - \frac{\pi}{2} - \omega_n T$$

$$\omega_n \approx -\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$$

$$K_p = 0,63$$

b) Inför en iura loop! (Med kvarnade reglering, $A_{m1} = 2,5$)



Blockschema reduktion:

$$\underline{e_1 \rightarrow z}$$

$$z(s) = \frac{\frac{10}{s}}{1 + \frac{10}{s}} e_1 + \frac{\frac{1}{s}}{1 + \frac{10}{s}} v$$

$$\underbrace{\frac{10}{s+10}}_{\text{slippa s i hänge!}}$$

$$\underline{R \rightarrow Y}$$

$$Y(s) = \frac{k_p \frac{10}{s+10} e^{-s}}{1 + k_p \frac{10}{s+10} e^{-s}} R(s)$$

$$\underbrace{\frac{k_p 10 e^{-s}}{s+10}}$$

$$\text{Bestäm } \omega_n : \arg(L(j\omega_n)) = \arg(k_p) + \arg(10) + \arg(e^{-j\omega_n}) - \arg(j\omega_n / 10)$$

$$-\pi = 0 + 0 - \omega_n \sim \tan(\frac{\omega_n}{10})$$

$$[\text{Behöver minniälvare}] \Rightarrow \omega_n = 2,864 \text{ rad/s}$$

$$|L(j\omega_n)| : \frac{1}{A_m} = \frac{10k_p}{\sqrt{\omega_n^2 + 10^2}} \Rightarrow k_p = 0,42$$

c) Titta på värvi i båda fall \rightarrow Använd Bode eller singjärt!

FÖRELÄSNING 12

Frekvensinnehåll

Lågpassfilter: släpper bara genom låga frekvenser (se slides!)

Summa flera signaler till en slutlig!

Modellfel

1. Varierande processparametrar
2. Icke-modellerad dynamik

G_0 - korrekt modell

G - vår modell (nominal)

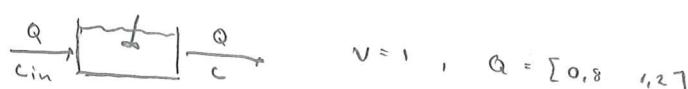
Additiv: $G_0 = G + \Delta_G^A$

Multiplikativ: $G_0 = G + \Delta_G G = (1 + \Delta_G) G$

Strukturerad: Om vi har bra hold på orsakerna till modellfellet
kan vi rölna ut G_0 och få en parametrerad
osäkerhetsbeskrivning

Ostrukturerad: $\log(|G|) \sim \varphi(\omega)$

Exempel: strukturerad osäkerhet



$$C(s) = \frac{1}{1+sT} C_{\text{in}}(s) \quad T = \frac{V}{Q}$$

Låt 1. ex: $G(s) = \frac{1}{1+s}$

Additiva: $G_0 = G = \frac{1}{1+sT} = \frac{1}{1+s} = \Delta_G^A(s)$

$$= \frac{s(1-T)}{(1+sT)(1+s)}$$

$$\text{Multiplikativt: } \Delta_G^*(s) = \frac{1+T(s)}{1+sT}$$

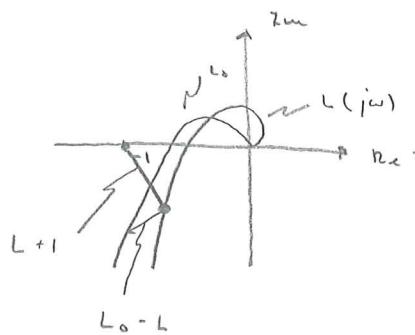
Robust stabilitet



$$L_0 = FG_0 \quad - \text{korrekt kretssöverföring}$$

$$L = FG \quad - \text{nominell kretsöverföring}$$

Anta FG_0 stabil \rightarrow Nyquist föreskriven!



När systemet garanterat stabil?

L_0 på rätt sida \Rightarrow ger garanterat stabilt om:

$$|L+1| > |L_0 - L| \quad \forall \omega \quad (\text{vid samma } \omega)$$

Anta multiplikativt:

$$L_0 = FG_0 = FG(1 + \Delta G) = L(1 + \Delta G)$$

$$L_0 - L = \Delta G L$$

$$\text{Stabil: } |L+1| > |L_0 - L| \quad \forall \omega$$

$$\text{Alternativt: } |\Delta G| < \frac{|L+1|}{|L|} = \frac{1}{|T(j\omega)|} \quad \forall \omega$$

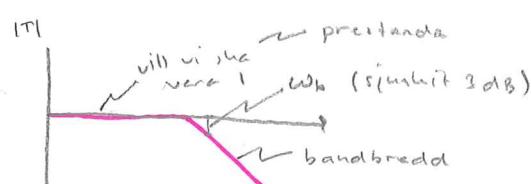
\therefore Vi vill att T ska vara liten i de frekvensområden där ΔG är stor!

\Rightarrow Snabb dynamik ersätts med statistiska uttryck när man modellerar (t.ex. stat axel)

Snabb dynamik \Leftrightarrow liten tidskonstant (T)

\Leftrightarrow höga frekvenser ($1/T$)

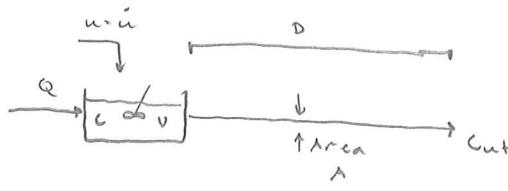
\therefore Den komplementära hänsynslagstabiliteten $T(s)$ måste vara liten för stora ω



Ökad robusthet med lägre bandbredd!

Styrning mot flöde/produktion

Om Q varierar långsamt (styrkevis konstant) kan man ofta skala sina regulatorparametrar mot flödet.



$$MB: V \frac{d}{dt} c(t) = u(t) - Qc(t)$$

$$\Rightarrow c_{ut}(t) = c(t - \frac{DA}{Q})$$

$$L: C_{ut}(s) = \underbrace{\frac{1/Q}{1 + s \frac{V}{Q}}}_{G(s)} e^{-s \frac{DA}{Q}} u(s)$$

OBS! Q ej konstant! Anter olika värden,

$$\Rightarrow F(s) = Q \tilde{F}\left(\frac{s}{Q}\right), \quad \tilde{F} = k_p + \frac{k_i}{s/Q}$$

$$\Rightarrow L(s) = \tilde{F}\left(\frac{s}{Q}\right) \cdot \tilde{G}\left(\frac{s}{Q}\right) = \tilde{F}(s) \tilde{G}(s) \quad [s = \frac{s}{Q}]$$

$$\text{där } \tilde{G}(s) = \frac{1}{1 + \tilde{s}V} e^{-\tilde{s}DA}$$

Ett regulator \tilde{F} kan nu bestämnas för \tilde{G} så att parametrarna för \tilde{F} är samma för alla Q .

Exempel: Bestäm $\tilde{F}_{PI} = k_p + \frac{k_i}{s}$ för $\tilde{G}(s)$

Regulatorn som implementeras blir då:

$$F_{PI}(s) = Q \left(\tilde{k}_p + \frac{\tilde{k}_i}{s} \right) = Q \tilde{k}_p + Q \frac{\tilde{k}_i}{s/Q} = k_p + \frac{k_i}{s}$$

$$\text{där } k_p = Q \tilde{k}_p \text{ och } k_i = Q \tilde{k}_i$$

Exempel: $V=1$ $DA=1$

$$G(s) = \frac{(1/Q) e^{-s/Q}}{1 + \frac{s}{Q}} \Rightarrow \tilde{G}(s) = \frac{1}{1 + \tilde{s}} e^{-\tilde{s}}$$

Låt $\theta_m = 45^\circ$ och $\omega_c = 1$ (för $Q=1$)

$$\tilde{F} = \tilde{k}_p + \frac{\tilde{k}_i}{\tilde{s}} = \frac{\tilde{k}_p \tilde{s} + \tilde{k}_i}{\tilde{s}}$$

$$\arg(\tilde{F}_G(j\bar{\omega}_c)) = -90^\circ + \arctan\left(\frac{\tilde{k}_p \bar{\omega}_c}{\tilde{k}_i}\right) = \arctan(\bar{\omega}_c) = \frac{180^\circ}{\pi} \bar{\omega}_c$$

$$[\text{med } Q=1] = -180^\circ + \varphi_m = -135^\circ \quad (\text{Här } s=\bar{s})$$

$$\frac{\tilde{k}_p}{\tilde{k}_i} = \tan\left(\frac{180^\circ}{\pi}\right) = 1,557$$

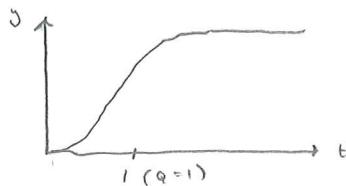
$$|\tilde{F}_G(\bar{\omega}_c)| = \sqrt{\tilde{k}_p^2 + \tilde{k}_i^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \tilde{k}_p \sqrt{1 + (0/1,557)^2}$$

$$\Rightarrow \tilde{k}_p = 1,19$$

$$\tilde{k}_i = 0,764$$

$$\therefore Q=1 \Rightarrow F_{PT} = 1,19 + \frac{0,764}{s} \Rightarrow \omega_c = 1 \quad \varphi_m = 45^\circ$$

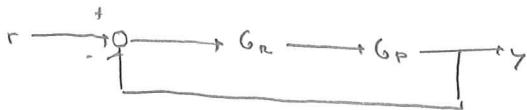
$$Q=2 \Rightarrow F_{PT} = 2,36 + \frac{3,06}{s}$$



Stegsuar beroende!

ÖVNING 12

5.5.



$$G_P = \frac{V}{s} \quad G_R = K$$

- a) Skissa beteckningskurvan för hänslighetsfunktionen (s) och komplementära hänslighetsfunktionen (T)

$$\text{Def: } s(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \quad T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}$$

$$L(s) = G_R G_P = \frac{KV}{s}$$

$$\Rightarrow s(s) = \frac{1}{1 + \frac{KV}{s}} \quad \text{Vill skriva på Bode form}$$

$$= \frac{s}{KV} \left(\frac{1}{1 + \frac{s}{KV}} \right)$$

↗ Vill ha på
 $1 + Ts$!
 Lägfrek.
 asymptot
 $(s \cdot K)$

$$s(j\omega) = \frac{j\omega}{KV} \left(\frac{1}{1 + \frac{j\omega}{KV}} \right)$$

Lägfrekvensasymptot: $s_{LF}(s) = \frac{j\omega}{KV}$

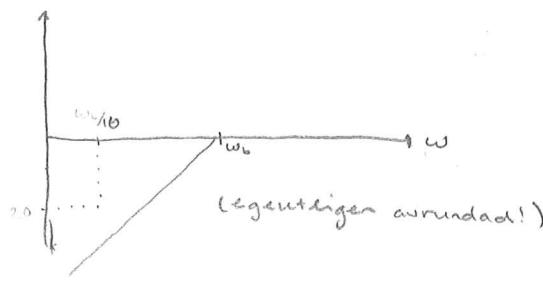
$$|s_{LF}(s)| = \left| \frac{j\omega}{KV} \right| = 0 + 20 \text{ dB/decad}$$

$\omega = KV$ utgör skärmingspunkt!

$$1 + \frac{j\omega}{KV} \quad \text{har brytpunkten } \omega_b = KV$$

-20 dB/decad

Resulterande lutning: $+20 - 20 \text{ dB/decad}$



Komplementär k. fkt: $T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{k_0/s}{1 + \frac{k_0}{s}} = \frac{s}{1 + s/k_0}$

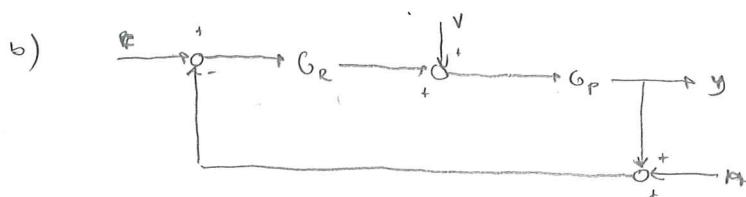
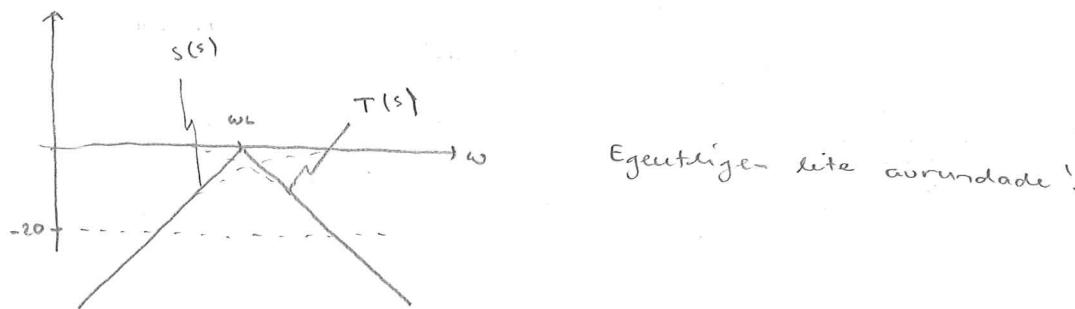
$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{k_0}}$$

$$T_{LF}(j\omega) \approx 1 \quad 20 \cdot \log(|T_{LF}(j\omega)|) \approx 0 \text{ dB}$$

I närmare: $1 + \frac{j\omega}{k_0}$

$$\Rightarrow \omega_0 = k_0$$

Här längs kurvan $\approx 20 \text{ dB/decade}$



$$Y(s) = \frac{G_E G_P}{1 + G_E G_P} R(s) + \frac{G_P}{1 + G_E G_P} V(s) - \frac{G_E G_P}{1 + G_E G_P} N(s)$$

$$= \frac{L(s)}{1 + L(s)} R(s) + \frac{G_P}{1 + L(s)} V(s) - \frac{L(s)}{1 + L(s)} N(s)$$

$$= T(s) R(s) + G_P S(s) V(s) - T(s) N(s) \quad [S + T = 1]$$

$S(s)$ nära 0, $T(s) = 1$

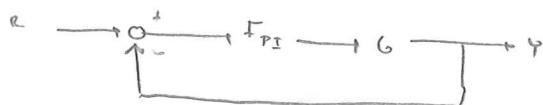
5.6.

$$\text{Process: } G(s) = \frac{V}{s}$$

$$\text{Regulator: } F_{PI}(s) = K \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) = K \left(\frac{1 + \tau/s}{\tau/s} \right)$$

Visa att det är h.s. (Gry) får en resonansdämpande topp?
skissa $s(s)$ och $T(s)$

Vilken betydelse har K och τ här?



$$L(s) = G(s) F_{PI}(s)$$

$$s(s) = \frac{1}{1 + L(s)} = \frac{1}{1 + G(s) F_{PI}(s)}$$

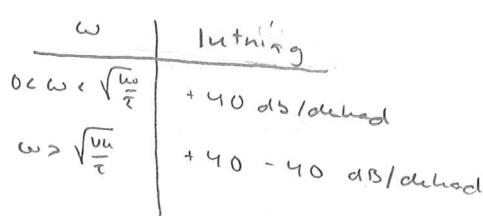
$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = G_{RY} = \frac{G(s) F_{PI}(s)}{1 + G(s) F_{PI}(s)}$$

$$\begin{aligned} s(s); \quad s(s) &= \frac{1}{1 + G(s) F_{PI}(s)} = \frac{1}{1 + \frac{V}{s} K \left(1 + \frac{\tau}{s} \right)} = [\text{Bodeform}] = \\ &= \frac{\frac{\tau}{V_K} \cdot s^2}{\frac{\tau}{V_K} s^2 + \tau s + 1} \end{aligned}$$

$$\text{Brytfrekvens: } \omega_b = \sqrt{\frac{V_K}{\tau}}$$

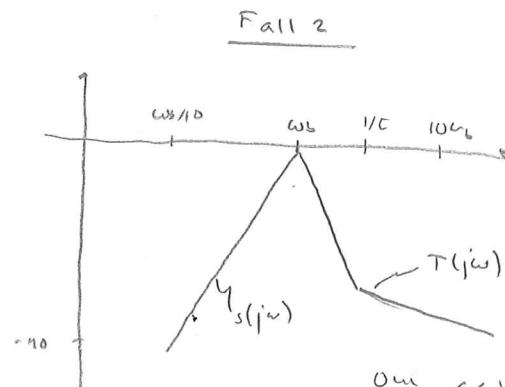
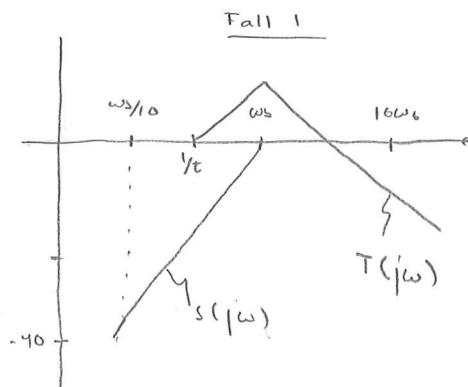
$$|s_{LF}(j\omega)| = \left| \frac{(j\omega)^2 \tau}{V_K} \right| = \frac{\omega^2 \tau}{V_K} \quad \text{lutar } +40 \text{ dB/decad}$$

$$\text{Skärning: } \frac{\omega^2 \tau}{V_K} = 1 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{V_K}{\tau}}$$



$$\text{Komplikation (g): jämför } \frac{1}{\frac{\tau}{vku} s^2 + \tau s + 1} \quad \text{med} \quad \frac{1}{(\frac{s}{\omega_0})^2 + (\frac{2g}{\omega_0})s + 1}$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt{\frac{vku}{\tau}} \\ \frac{2g}{\omega_0} &= \tau \end{aligned} \right\} g = \sqrt{\frac{vku}{4}} \quad \text{Om } g < 1 \text{ så får vi överhäng!}$$



Om $g < 1$ får vi resonans

$$T(s) : T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{\frac{k}{v} \frac{s}{\tau} \left(\frac{1 + \tau s}{\tau s} \right)}{1 + \frac{k}{v} \left(\frac{1 + \tau s}{\tau s} \right)} = \frac{\tau s + 1}{vku s^2 + \tau s + 1}$$

$$\text{Brutfrequens: } \omega_{b1} = \frac{1}{\tau} \quad \omega_{b2} = \sqrt{\frac{vku}{\tau}}$$

$$\text{Ordnung?} \quad \text{Om } \sqrt{\frac{vku}{\tau}} > \frac{1}{\tau} \Rightarrow \omega_{b2} > \omega_{b1}$$

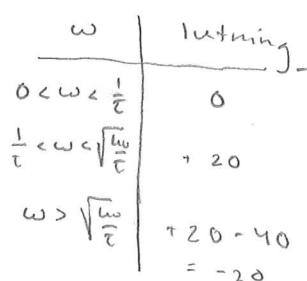
Omvändt $\omega_{b2} < \omega_{b1}$!

$$k v \tau > 1$$

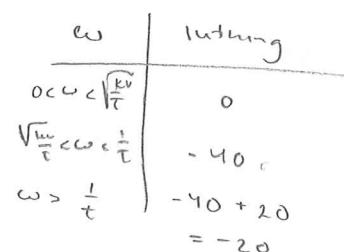
$$T_{LF}(j\omega) = 1 = 0 \text{ dB}$$

Tva fall:

$$1. k v \tau > 1$$



$$2. k v \tau < 1$$



Vi tittar på Fall 2: $\omega = \sqrt{\frac{hv}{c}}$ beror av g

$$g = \sqrt{\frac{hv}{\gamma}}$$

Om $v\omega < 4 \Rightarrow g < 1$! resonans!

$G_{ny} = T(s)$

Resonanstopp innebär att $|T(i\omega)| > 0$ alltså för vigt ω

- Fall 1: resonanstopp oavsett kompenstation!
- Fall 2: resonanstopp om $g < 1$ ($v\omega < 4$) \Rightarrow BINGO! BAPZINGO!
ZIMBABWE!

Ökad bandbredd \rightarrow ökad sundahet

Ökad $v\omega$ \rightarrow \rightarrow minskad stabilitet

FÖRELÄSNING 13

Sampling.

"Håll denna frekvens"

$$f_s = \frac{1}{h} \text{ (Hz)} \quad \text{samplingsfrekvens} - \text{ hur ofta mäter vi?}$$

Aliaseffekten

$$\text{Om } f_s = \frac{1}{h} \text{ (Hz)}$$

$$\Rightarrow \omega_s = 2\pi f_s \text{ (rad/s)}$$

$$\text{Def: Nyquistfrekvensen är } \omega_N = \frac{\omega_s}{2} = \frac{\pi}{h}$$

$$\begin{aligned} \text{Anta } y_1(t) &= \cos(\omega t) & \omega_N \leq \omega \leq \omega_s \\ y_2(t) &= \cos(\tilde{\omega}t) & \tilde{\omega} = \omega_s - \omega \rightarrow \omega = \omega_s - \tilde{\omega} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Då gäller: } y_1(kh) &= \cos(\omega kh) = \cos((\omega_s - \tilde{\omega})kh) \\ &\downarrow \\ \text{sample-} & & > \cos(2\pi k - \tilde{\omega}kh) \\ \text{nummer} & & = \cos(\tilde{\omega}kh) = y_2(kh) \end{aligned}$$

∴ y_1 och y_2 har samma värden i samplingstegon!*

Samplingsteoremet

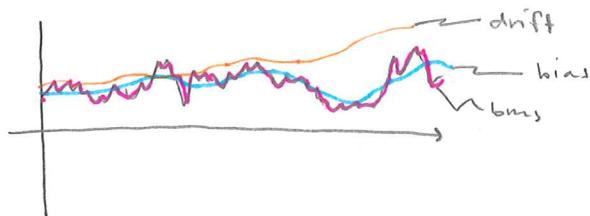
All signalinformation upp till halva samplingsfrekvensen (dvs ω_N) kan återskapas korrekt från den samplade signalen

Antialiasfilter

Lägpfarsfilter (på den kontinuerliga signal som sampelas) som inte släpper genom signaler (noise) med högre frekvens än ω_N

Mätfel

- Bias: stationärt fel (relativt instrumentets dynamik)
- Drift: bias som ändras långsamt (kallas trendfel)
"givaren driver"
- Brus: på signalen överlade variationer



Orsaker

- Brister i mätmetoden, som t.ex. slitage, påväxt, icke-ideal förhållande → drift och bias
- Dölig kalibrering → bias (allvarligt fel, kan inte reglera bort, vet inte hur stort felet är)
- Störningar i den elektriska mätkretsen → brus

Filtrering

LP-filtre som tar bort högfrekventa komponenter (brus) i signalen

- Innan sampling p.s.s. som med antialias filtret
- Digital filtrering på den samplade signalen
 - Moving average (flytande medelvärde)

$$y_f(kh) = \frac{1}{n} (y((k-1)h) + y((k-2)h) + \dots + y((k-n)h))$$

- Experimentsfilter

$$y_f(kh) = \alpha (y_f((k-1)h)) + (1-\alpha) y(kh)$$

Om stort α tar man mer hänsyn till gamla värden

Söndringstörningar

Diagram

Outliers

Eustaka mätdata som är helt felaktiga (moving average kommer påverka jätemycket)

Enkelt sätt att reducera effekten av dessa är att använda ett s.k. medianfilter.

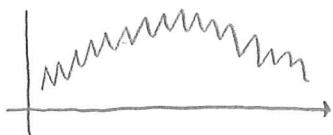
- Radar upp och sorterar de n senaste mätvärdena i storleksordning
- Välj medianvärdet (outlier kommer aldrig komma med)
- Detta görs före annan behandling av signalen annars förstör outlieren

Filtering

Signalbehandling



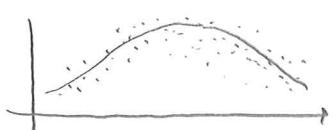
Verlig



Uppmått med bms



Antialiasfilter



Filtrerad storhet och verlig storhet

Observer

$$\dot{x} = Ax + Bu + Nu,$$

$$y = Cx + Du + v_1$$

$v_1 \sim$ processstörning

$v_2 \sim$ mätstörning

Låt $\hat{x}(t)$ beteckna schattingen av $x(t)$:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - (C\hat{x} + Du))$$

y

Låt $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ vara skattningsfellet:

$$(1) - (2) \text{ ger: } \dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}(t) + NV_1 - KV_2$$

Om NV_1 och $V_2 \sim 0$ så kommer skattningsfellet $\rightarrow 0$
om egenvärdena \in VHP. Hur fort beror på var egenvärdena
är?

I praktiken är valet av K en avvägning mellan hur snabb
tillståndsrekonstruktionen ska vara och hur hänsig för
mätors man kan vara.

Def. En tillståndsbeskrivning är en minimal realisering om
samma beteende från u till y inte kan åstadkommas
av någon annan modell med färre tillstånd.

Def: En tillståndsmodell $\{A, B, C, D\}$ är observerbar om
alla tillstånden kan rekonstrueras från observationer
 $y(t)$ ($v_1 = v_2 = 0$) inom endrig tid.

- Sats:
- En minimal realisering är alltid observerbar, ibland
vet man inte om det är observerbart, då har man
ta reda på det
 - Om $\Theta = \begin{bmatrix} c \\ c_A \\ \vdots \\ c_{n-1} \end{bmatrix}$ har full rang ($n =$ antal tillstånd) är
systemet observerbart.
rang = # linjärt oberoende kolonner
 - Test om full rang: $\det(\Theta^T \Theta) \neq 0$
 - För ett observerbart system kan man placera egenvärden
till $A - KC$ godtyckligt

Ex. $\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}u \quad y = [1 \ 0]x$

$$\Theta = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{rang} = 2$$

Egenvärdena till A-kC ges av

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= \det(\lambda I - A + kC) = \det \begin{bmatrix} \lambda+1 & 0 \\ -1 & \lambda+1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \det \left(\begin{bmatrix} \lambda+1+k_1 & k_1 \\ -1+k_2 & \lambda+1+k_2 \end{bmatrix} \right) = (\lambda+1+k_1)(\lambda+1+k_2) - k_1(k_2-k_1) \\ &= \lambda^2 + \lambda(2+k_1+k_2) + 2k_1 + k_2 + 1 = 0 \end{aligned}$$

Antag att vi väljer att bågge egenvärdena $\lambda_{1,2} = -2$

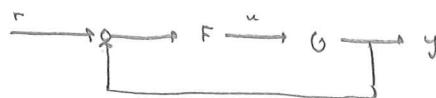
$$p(\lambda) = (\lambda+2)^2 \quad \rightarrow \quad \lambda = -2 \quad (\text{två s1.})$$

Jämför polynomet:

$$\begin{cases} \lambda(2+k_1+k_2) = \lambda^2 \\ 2k_1 + k_2 + 1 = 4 \end{cases} \Rightarrow k_1 = 1 \quad k_2 = 1$$

FÖRELÄSNING 14

Experimentell PID-inställning



Ziegler-Nichols svängningsmetod:

1. $F = k$ (ta bort all verkan utom P)
Sätt k låg (d.h.s. stabilt)
2. Öka förstärkning k tills systemet kommer i självsvängning med konstant amplitud. (marginellt stabilt)

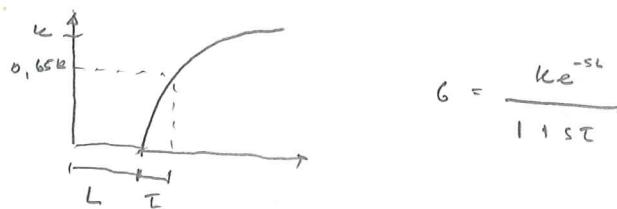
Notera $k = k_0$ och periodtiden T_0 .



3. Ställ in P, PI eller PID enligt tabell i boken
(På tenta bifogas tabell), (kolla på notation för regulator)

Åhström-Hägglund:

1. Genomför stegsvar på G



$$G = \frac{Ke^{-sL}}{1+sT}$$

2. Ställ in PI eller PID enligt formuler i boken

(3. Ziegler-Nichols har även metod baserad på stegsvar)

Lambdamatoden:

1. Ställ in $F_{\lambda I}$ så att $G_{\lambda I}$

2. Använd rekommenderade inställningar (se hok)

OBS! Välj inte för snabbt $\lambda \rightarrow$ försämrad robusthet & stabilitet

Diskretisering.

Om samplingstiden h är mycket mindre gäller:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y(t) - y(t-h)}{h} \quad \text{Euler bakåt}$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{y(t-h) - y(t)}{h} \quad \text{Euler framåt}$$

T. ex: $\dot{y}(t) = \alpha y(t) + \beta u(t)$

med $t = kh$ och notationen $y(k) = y(kh)$

Euler bakåt: $\frac{y(k) - y(k-1)}{h} = \alpha y(k) + \beta u(k)$

$$y(k) = \frac{1}{1-\alpha h} y(k-1) + \frac{\beta h}{1-\alpha h} u(k)$$

Differantekvationen:

Def: Shift operator $q^m y(k) = y(k+m)$

ex. Euler bakåt: $\frac{dy(t)}{dt} \approx \underbrace{\frac{(1-q^{-1})}{h} y(k)}_{\sim \frac{dy}{dt} \sim s}$

Trapetsmetoden: $\frac{y(kh+h) - y(kh)}{h} = \frac{\dot{y}(kh) + \dot{y}(kh+h)}{2}$

$$\rightarrow \frac{1}{h} (q^{-1}) y(k) = \frac{1}{2} (1+q) \dot{y}(k)$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} y(t) = \frac{2(q-1)}{u(q+1)} y(u) \quad [t=uh]$$

Detta kallas för Tustin approximation!

Vidare: $\frac{d^n}{dt^n} y(t) = \frac{2(q-1)}{h(q+1)} \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) \approx \left(\frac{2(q-1)}{u(q+1)} \right)^n y(u)$

$$\rightarrow \text{Laplace: } s^n \Leftrightarrow \left(\frac{2(q-1)}{u(q+1)} \right)^n$$

$$F(s) \Leftrightarrow F_d(q)$$

Euler PID diskretisering

$$U(s) = \underbrace{k_p (R(s) - Y(s))}_{U_p(s)} + \underbrace{k_i \frac{1}{s} (R(s) - Y(s))}_{U_I(s)} - \underbrace{k_D s Y(s)}_{U_D(s)}$$

Notera: Ofta slippas D-verkan på r (pga svårigheter i implementering)

$$U_p: U_p(u) = k_p (r(u) - y(u))$$

$$U_I: \text{Euler framåt } s \Leftrightarrow \frac{q-1}{h} \rightarrow U_I(u) = \frac{k_i h}{q-1} (r(u) - y(u))$$

$$\Rightarrow u_I(u) = u_I(u-1) + k_i h (r(u-1) - y(u-1))$$

$$U_D: \text{Euler bakåt } s \Leftrightarrow \frac{1-q^{-1}}{h} \rightarrow U_D(u) = k_D \frac{1-q^{-1}}{h} y(u) = \\ \Rightarrow u_D(u) = \frac{k_D}{h} (y(u) - y(u-1))$$

$$\Rightarrow u(u) = U_p(u) + U_I(u) - U_D(u)$$

Wind-up: Ligger nära max pga onränt u

→ I-verkan över

→ Lång tid om u minskar ihop förehand!



